

# Alle 48 Dur-/Moll-Dreiklangskombinationen

auf 19 Symmetrieklassen reduziert

Betrachtet werden alle Dur-/Moll-Dreiklangspaare unter folgenden Voraussetzungen:

- 12-Stufige Stimmung, Oktavgleichheit (Oktavlage spielt keine Rolle)
- Der Grundton des ersten Akkordes ist D (alle anderen Fälle lassen sich durch Transposition erzeugen)

Dadurch ergeben sich 4 Möglichkeiten für die Akkordtypen (Dur-Dur, Dur-Moll, Moll-Dur, Moll-Moll), mal 12 Möglichkeiten für den Abstand der Akkorde. Bei gegebenen Voraussetzungen existieren also 48 unterschiedliche Dur-/Moll-Dreiklangspaare. In den folgenden beiden Tabellen sind diese in 19 Symmetrieklassen zusammengefasst, wobei jede Symmetrieklasse 2 oder 4 Dreiklangspaare repräsentiert.

## Gruppe 1: Gleicher Akkordtyp (7 Symmetrieklassen / 24 Fälle)

Jede dieser Symmetrieklassen steht für zwei Akkorde des gleichen Typs (Dur-Dur, Moll-Moll) im Abstand von  $x$  Halbtönen. Z.B. steht die Symmetrieklasse mit  $x = 3$  für D - F, Dm - Bm, D - B und Dm - Fm (die letzten beiden sind nicht in der Tabelle). Die verbindenden Symmetrien sind dabei folgende: Spiegelt man D - F in der Tonhöhe am Intervall d - a, so ergibt sich Dm - Bm (ein Dur-Dreiklang in der Tonhöhe gespiegelt ergibt einen Moll-Dreiklang, aus 3 Halbtönen aufwärts werden 3 Halbtöne abwärts). Die anderen beiden Fälle ergeben sich durch Vertauschung der Akkorde und anschließende Transposition, so dass der Grundton des ersten Akkordes D ist (D - F  $\rightarrow$  D - B, Dm - Bm  $\rightarrow$  Dm - Fm). Bei  $x = 1$  bis 5 gibt es je 4 Fälle, bei  $x = 0$  oder 6 dagegen nur die 2 in der Tabelle eingetragenen (durch Vertauschung erhält man keine weiteren Fälle), wodurch man auf  $5 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 24$  Fälle kommt.

x	Dur, Dur+x	Fkt.	Moll, Moll-x	Fkt.	Gem. Töne	Skalensysteme <sup>1</sup>
0	D - D	T	Dm - Dm	t	3	(alle)
1	D - E $\flat$	sG (DG)	Dm - C $\sharp$ m	Dg (sg)	-	(HM HD) <sup>2</sup> , ZM
2	D - E	DD (SS)	Dm - Cm	ss (dd)	-	K, MM
3	D - F	tP (TP)	Dm - Bm	Tp (tp)	1	(HD HM), HTGT
4	D - F $\sharp$	TG (tG)	Dm - B $\flat$ m	tg (Tg)	1	(HD HM), ZM, 31
5	D - G	S (D)	Dm - Am	d (s)	1	K, (HD HM)
6	D - G $\sharp$ /A $\flat$	DDG/ssG	Dm - A $\flat$ m/G $\sharp$ m	ssg/DDg	-	HTGT

## Gruppe 2: Unterschiedlicher Akkordtyp (12 Symmetrieklassen / 24 Fälle)

Bei unterschiedlichem Akkordtyp (Dur-Moll, Moll-Dur) steht jede der 12 Symmetriegruppen nur für die 2 in der Tabelle eingetragenen Fälle ( $\rightarrow$  24 Fälle), da hier eine Tonhöhen Spiegelung das gleiche Ergebnis hat wie Vertauschung der Akkorde mit anschließender Transposition.

x	Dur, Moll+x	Fkt.	Moll, Dur-x	Fkt.	Gem. Töne	Skalensysteme
0	D - Dm	t	Dm - D	T	2	(alle außer K & MM)
1	D - E $\flat$ m	sg	Dm - C $\sharp$	DG	1	HD, HM, ZM
2	D - Em	Sp	Dm - C	dP	-	K
3	D - Fm	tp	Dm - B	TP	-	ZM, HTGT
4	D - F $\sharp$ m	Tg	Dm - B $\flat$	tG	2	K, HD, HM, ZM, 31
5	D - Gm	s	Dm - A	D	1	MM, HD, HM, ZM
6	D - G $\sharp$ m	DDg	Dm - A $\flat$	ssG	-	HTGT
7	D - Am	d	Dm - G	S	1	K, MM
8	D - B $\flat$ m	tg	Dm - F $\sharp$	TG	-	31
9	D - Bm	Tp	Dm - F	tP	2	(alle außer 31)
10	D - Cm	ss	Dm - E	DD	-	HD, HM
11	D - C $\sharp$ m	Dg	Dm - E $\flat$	sG	-	K

<sup>1</sup>Abkürzungen der Skalensysteme, in denen die jeweiligen Akkordpaare vorkommen: K = Kirchentonleitern, MM = Melodisch Moll, HD = Harmonisch Dur, HM = Harmonisch Moll, ZM = Zigeuner Moll, HTGT = Halbton-Ganzton-Leiter, 31 = 3-1-Leiter (Skala, die durch abwechselnde Schritte von 3 und 1 Halbtönen erzeugt wird)

<sup>2</sup>(HM|HD) heißt, dass nur das linke Akkordpaar (Dur-Dur) in HM auftaucht, und nur das rechte (Moll-Moll) in HD